Описывается структура каждого модуля.

В результате использования ЭСО общеобразовательные учреждения Пензенской области переходят на новую ступень использования информационно-коммуникационных технологий в учебно-воспитательном процессе, и предоставляют возможность жителям Пензенской области получать государственные и муниципальные услуги в сфере образования в электронном виде.

Л. В. Плотникова

Волгоградский государственный университет,

Lyudmila.89@mail.ru

О КУСОЧНО-КВАДРАТИЧНЫХ МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Пусть задана многоугольная ограниченная область $\Omega \in R^2$. Рассмотрим разбиение этого многоугольника на треугольники $T_1, T_2, ..., T_N$. Пусть $M_1, M_2, ..., M_k$ – все вершины этих треугольников. Будем предполагать, что ни одна из точек M_i не является внутренней точкой для данных треугольников.

Для построения кусочно квадратичной функции нужно к имеющимся вершинам треугольников $M_1, ..., M_k$ добавить середины всех ребер треугольников и задать в них дополнительные значения функции u. Пусть $A_1, A_2, ..., A_m$ – получившийся набор точек.

Для произвольного набора значений $u_1, u_2, ..., u_m$ определим кусочно-квадратичную функцию $u : \Omega \to R$ так, что $u(A_i) = u_i, i = 1, ..., m$ и функция u в каждом треугольнике $T_k, k = 1, ..., N$ имеет вид: $u(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f$. Данная функция будет непрерывной в Ω.

Площадь графика функции u является некоторой функцией переменных $u_1, u_2, ..., u_m$ и имеет вид

$$S(u) = \sum_{k=0}^{N} \iint_{T_k} \sqrt{1 + u_x'^2 + u_y'^2} dxdy.$$

Пусть в точках $A_1, A_2, ..., A_m$ заданы некоторым образом значения $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_m$. Построенную по этим значениям соответствующую кусочно-квадратичную функцию обозначим через φ. Поставим задачу нахождения кусочно-квадратичной функции u, на которой достигается минимум площади $S(u_1, u_2, ..., u_m)$, удовлетворяющей граничному условию, т. е. задачу

$$S(u_1, u_2, ..., u_m) \to \min, \quad u(A_i) = \varphi_i, \quad \forall A_i \in \partial\Omega. \tag{1}$$

Далее ограничимся рассмотрением прямоугольной области с выбранной триангуляцией. Пусть Ω – прямоугольник $[a, b] \times \times [c, d]$. Зафиксируем натуральное число m и рассмотрим разбиение прямоугольника, заданное точками $x_i = a + \frac{i}{m}(b - - a)$, $y_j = c + \frac{j}{m}(d - c)$, $i, j = 0, 1, ..., m$. Каждый из получившихся прямоугольников $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$, $i, j = = 0, 1, ..., m - 1$ разобъем любой диагональю на два треугольника.

Если $S(u_1, u_2, ..., u_m)$ – выражение для площади кусочно-квадратичной функции, то соответствующее условие минимальности при фиксированных значениях на границе получается из равенств

$$\frac{\partial S}{\partial u_{kl}} = 0, \quad k = \overline{1, m-1}, \quad l = \overline{1, m-1}. \tag{2}$$

Обозначим через f^K кусочно-квадратичную функцию такую, что $f^K(A_i) = f(A_i)$. $\lambda(\Omega)$ – основная частота области Ω.

Теорема. *Пусть* $f \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ *– решение уравнения минимальной поверхности и* u^* *кусочно-квадратичная функция, являющаяся решением задачи* (1) *с* $\varphi_i = f(A_i)$, *для всех* $A_i \in \partial\Omega$. *Предположим, что* $P_0 = \sup_\Omega |\nabla f| < +\infty$ *и* $P_1 = \sup |\nabla u^*|$. *Тогда*

$$\max_\Omega |f^K - u^*| \leqslant 4P^{4/3}\left(\frac{S(f^K) - S(u^*)}{\lambda(\Omega)\pi}\right)^{\frac{1}{4}},$$

где $P = \max\{1, P_0, P_1\}$.

Следствие *Последовательность* u_m^* *равномерно в* Ω *сходится к решению* f.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-97034 р_поволжье_а)

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов В. Е. *Геометрическое моделирование тентовых тканевых конструкций с помощью метода натянутых сеток.* – GraphiCon, 2001. – С. 140–144.

2. Клячин А. А. *О кусочно-линейных минимальных поверхностях* // Мат. шк.-конф. по геометрическому анализу. – Горно-Алтайск : Издательство РИО ГАГУ, 2012. – С. 4.

3. Клячин А. А. *Приближение минимальных поверхностей кусочно-полиномиальными функциями* // Записки семинара “Сверхмедленные процессы”. – 2009. – Вып. 4. – С. 198–205.